

2022 年复旦大学 432 统计学考研题

一、计算题（第 1-11 小题为计算题，第 1、3-5 小题，每小题 20 分，第 2、6-11 小题，每小题 10 分，共 150 分。）

1. 袋子里有 a 个红球， a 个黄球， b 个蓝球。有放回的抽取 3 个， A 事件为：抽出的球既有黄球又有红球，且红球比黄球先取出。

- (1) 事件 A 的概率；
- (2) 若没有取到蓝球的概率和事件 A 概率相等，求 a/b 。

2. X 分布列如下：

X	a	b	$a+1$
P	$1/3$	$1/3$	$1/3$

其中 $a < b < a+1$ ，求方差取值范围。

3. X 只取 x 与 $x+a$ 两个值，且 $a > 0$ ，已知 $Var(X) = 1$ ，求 a 范围及 X 分布列。

4. $(X, Y) \left(\begin{array}{cc} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{array} \right)$ ，与 (X, Y) 同分布，对 $\forall \alpha$ 成立，求 $P(0 < Y < X)$

以及 \bar{X} 的分布。

5. (X, Y) 服从正态分布， $E(X) = E(Y) = 0$ ， $E(X^2) = E(Y^2) = 1$ ， $E(XY) = 1/2$ ，求 (X, Y) 的联合密度函数和 $P(X > 0, Y > 0)$ 。

6. X_i 独立且方差存在， $Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$ ，问 $\left\{ \frac{Y_n}{n^2} \right\}$ 是否服从大数定律，若否，反例？

7. $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ 且相互独立，求 $-2 \sum_{i=1}^n \ln F(x_i)$ 的分布。



8. $X_1 X_2 \cdots X_6 \sim U(0, 1)$, 且相互独立。求 $Var(2X_{(2)} + 3X_{(3)})$ 。

9. $X_i \sim U(0, \theta)$, $i = 1, 2, \cdots, n$ 且相互独立。 $aX_{(1)}$, $bX_{(3)}$ 是 θ 无偏估计, 问 a , b , 并比较有效性。

10. $X_i \sim N(\mu, 16)$, $i = 1, 2, \cdots, n$ 且相互独立。 μ 先验 $\sim N(a, b^2)$, 求后验分布。

11. $X_i \sim U(0, \theta)$, $i = 1, 2, \cdots, n$ 且相互独立, $H_0: \theta \leq 1$, $H_1: \theta > 1$,
 $W = \{x_{(n)} \geq c\}$

(1) $\alpha = 0.05$, 求 c

(2) 若 $\theta = 1.5$, 要使 $\beta \leq 0.1$, 在 (1) 的条件下, n 至少为多少。

