一、选择题：1～10 小题，每小题 5 分，共 50 分．下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．请将所选项前的字母填在答题纸指定位置上．

1. 函数 $f(x)=|x|^{\frac{1}{(1-x)(x-2)}}$ 的第一类间断点的个数为（　　）

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

2. 已知 $\begin{cases} x=1+t^3 \\ y=e^{t^2} \end{cases}$，则 $\lim\limits_{x\to+\infty} x[f(2+\frac{2}{x})-f(2)]=$（　　）

A. $2e$　　B. $\frac{4}{3}e$　　C. $\frac{2}{3}e$　　D. $\frac{e}{3}$

3. 已知 $f(x)=\int_0^{\sin x}\sin t^3dt$，$g(x)=\int_0^x f(t)dt$，则（　　）

A. $f(x)$ 为奇函数，$g(x)$ 为奇函数；

B. $f(x)$ 为奇函数，$g(x)$ 为偶函数；

C. $f(x)$ 为偶函数，$g(x)$ 为偶函数；

D. $f(x)$ 为偶函数，$g(x)$ 为奇函数；

4. 已知数列 $\{a_n\}(a_n\neq 0)$，若数列 $\{a_n\}$ 发散，则（　　）

A. $\{a_n+\frac{1}{a_n}\}$ 发散　　B. $\{a_n-\frac{1}{a_n}\}$ 发散　　C. $\{e^{a_n}+\frac{1}{e^{a_n}}\}$ 发散　　D. $\{e^{a_n}-\frac{1}{e^{a_n}}\}$ 发散

5. 已知函数 $f(x,y)=\begin{cases} (x^2+y^2)\sin\frac{1}{xy}, xy\neq 0 \\ 0, xy=0 \end{cases}$，则在点 $(0,0)$ 处（　　）

A. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ 连续，$f(x,y)$ 可微；　　B. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ 连续，$f(x,y)$ 不可微；

C. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ 不连续，$f(x,y)$ 可微；　　D. $\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}$ 不连续，$f(x,y)$ 不可微。

6. 设 $f(x,y)$ 是连续函数，则 $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}dx\int_{\sin x}^{1}f(x,y)dy=$（　　）

A. $\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{\frac{\pi}{6}}^{\arcsin y}f(x,y)dx$；　　B. $\int_{\frac{1}{2}}^{1}dy\int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}}f(x,y)dx$；

C. $\int_{0}^{\frac{1}{2}}dy\int_{\frac{\pi}{6}}^{\arcsin y}f(x,y)dx$；　　D. $\int_{0}^{\frac{1}{2}}dy\int_{\arcsin y}^{\frac{\pi}{2}}f(x,y)dx$。

7. 设非负函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，给定以下三个命题：

扫码下载掌上考研APP——更多考研资讯、考研真题一键获取

（1）若 $\int_0^{+\infty} f^2(x)dx$ 收敛，则 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 收敛；

（2）若存在 $p>1$，使极限 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^p f(x)$ 存在，则 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 收敛；

（3）若 $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ 收敛，则存在 $p>1$，使极限 $\lim\limits_{x\to+\infty} x^p f(x)$ 存在。

其中正确的个数为（　　）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 设 A 为 3 阶矩阵，$P=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$，若 $P^TAP^2=\begin{pmatrix}a+2c&0&c\\0&b&0\\2c&0&c\end{pmatrix}$，则矩阵 A 为（　　）

A. $\begin{pmatrix}c&0&0\\0&a&0\\0&0&b\end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix}b&0&0\\0&c&0\\0&0&a\end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix}a&0&0\\0&b&0\\0&0&c\end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix}c&0&0\\0&b&0\\0&0&a\end{pmatrix}$

9. 设 A 为四阶矩阵，A^* 为 A 的伴随矩阵，若 $A(A-A^*)=0$，且 $A\neq A^*$，则 $r(A)$ 的可能取值为（　　）

A. 0 或 1　　B. 1 或 3　　C. 2 或 3　　D. 1 或 2

10. 设 A,B 均为 2 阶矩阵，且 $AB=BA$，则“A 有两个不相等的特征值”是“B 可对角化”的（　　）

A. 充要条件；　B. 充分非必要条件　C. 必要非充分条件　D. 既非充分又非必要条件

二、填空题：11～16 小题，每小题 5 分，共 30 分．请将答案写在答题纸指定位置上．

11. 曲线 $y^2=x$ 在 $(0,0)$ 点处的曲率圆方程为__________。

12. 函数 $f(x,y)=2x^3-9x^2-6y^4+12x+24y$ 的极值点是__________。

13. 微积分方程 $y'=\dfrac{1}{(x+y)^2}$ 满足 $y(1)=0$ 的解为__________。

14. 已知函数 $f(x)=(e^x+1)x^2$，则 $f^{(5)}(1)=$__________。

15. 某物体以速度 $v(t)=t+k\sin\pi t$ 做直线运动，若它从 $t=0$ 到 $t=3$ 的时间段内平均速度是 $\dfrac{5}{2}$，则 $k=$__________。

16. 设向量 $\alpha_1=\begin{pmatrix}a\\1\\-1\\1\end{pmatrix},\alpha_2=\begin{pmatrix}1\\1\\b\\a\end{pmatrix},\alpha_3=\begin{pmatrix}1\\a\\-1\\1\end{pmatrix}$，若 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性相关，且其中任意两个向量均线性无关，则 $ab=$__________。

扫码下载掌上考研APP——更多考研资讯、考研真题一键获取

三、解答题：17～22 小题，共 80 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．请将答案写在答题纸指定位置上．

17. （本题满分 10 分）

设已知区域 D 是第一象限内的有界区域，它由 $xy=\frac{1}{3}, xy=3, y=\frac{1}{3}x, y=3x$ 围成，计算 $\iint\limits_D (1+x-y)dxdy$。

18. （本题满分 12 分）

设 $y=y(x)$ 满足方程 $xy''+xy'-9y=0$，且 $y|_{x=1}=2, y'|_{x=1}=6$，

（1）利用变换 $x=e^t$ 化简方程，并求 $y=y(x)$ 的表达式；

（2）求 $\int_1^2 y(x)\sqrt{4-x^2}dx$。

19. （本题满分 12 分）

已知 $t>0$，曲线 $y=\sqrt{x}e^{-x}$ 与 $x=t, x=2t$ 及 x 轴所围平面图形，绕 x 轴旋转所得的旋转体体积为 $V(t)$，求 $V(t)$ 的最大值。

20. （本题满分 12 分）

设 $f(u,v)$ 具有二阶连续偏导，$g(x,y)=f(2x+y,3x-y)$，且 $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial x\partial y}-6\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}=1$，

（1）求 $\frac{\partial^2 f}{\partial u\partial v}$；

（2）若 $\frac{\partial f(u,0)}{\partial u}=ue^{-u}$，且 $f(0,v)=\frac{1}{50}v^2-1$，求 $f(u,v)$ 的表达式。

21. （本题满分 12 分）

设函数 $f(x)$ 由 2 阶导数，$f'(0)=f'(1)$，$|f''(x)|\le 1$，

①当 $x\in(0,1)$ 时，$|f(x)-f(0)(1-x)-f(1)x|\le\frac{x(1-x)}{2}$；

②$\left|\int_0^1 f(x)dx-\frac{f(0)+f(1)}{2}\right|\le\frac{1}{12}$。

22. （本题满分 12 分）

设矩阵 $A=\begin{pmatrix}0&1&a\\1&0&1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&1\\1&1\\b&2\end{pmatrix}$，二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x^TBAx$，已知方程组 $Ax=0$ 的解是 $B^Tx=0$ 的解，但两个方程组不同解。

扫码下载掌上考研APP——更多考研资讯、考研真题一键获取

（1）求 a,b 的值；

（2）求正交矩阵 $x=Qy$ 将 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化为标准型。

扫码下载掌上考研APP——更多考研资讯、考研真题一键获取